

Metody statystyki medycznej stosowane w badaniach klinicznych

Statistics for clinical research & post-marketing
surveillance

część I

Program szkolenia część I

Wprowadzenie

- Podstawowe pojęcia statystyczne
- Schematy ustalania liczebności próby
Typy rozkładów, rodzaje zmiennych i skal pomiarowych
- Tworzenie bazy danych

Opisowa analiza statystyczna

- Miary klasyczne
- Dobór metod analizy opisowej w zależności od skali pomiarowej
- Graficzna prezentacja danych
- Znaczenie normalności rozkładu zmiennych w analizie statystycznej

Program szkolenia część I cd.

Hipotezy statystyczne

- Uwagi ogólne
- „Kierunkowe” oraz „bezkierunkowe” hipotezy statystyczne
- Etapy testowania hipotez
- Parametryczne i nieparametryczne testy istotności.

Parametryczne testy istotności

- Tworzenie przedziałów ufności (95% CI)
- Przedziały ufności dla średniej
- Przedziały ufności dla odchylenia standardowego
- Przedziały ufności dla prawdopodobieństwa (frakcji, odsetka)
- Test dla średniej
- Test dla wariancji
- Test dla prawdopodobieństwa (frakcji/odsetka)
- Przyczyny stosowania nieparametrycznych testów istotności

Podstawowe pojęcia statystyczne

Badanie statystyczne

Celem analizy statystycznej jest wykrycie prawidłowości rządzących badanymi zjawiskami. W ramach badania statystycznego dokonuje się obserwacji statystycznej: pomiaru lub zliczania.

Statystyka opisowa (descriptive statistics)

Za pomocą statystyk opisowych przeprowadza się analizę struktury zjawiska (np. obliczenie średniej, odchyień)

Statystyka matematyczna (mathematical statistics)

Bazuje na metodach rachunku prawdopodobieństwa, stosowana wtedy, gdy zebranie wszystkich potencjalnych danych nie jest możliwe, pozwala na wypowiedanie się na podstawie danych częściowych

Statystyki branżowe – stosowane

Zajmują się badaniem poszczególnych sfer działalności (np. medycyna, transport, usługi). Wykorzystują one zarówno statystykę opisową oraz matematyczną.

Podstawowe pojęcia statystyczne

Populacja generalna (zbiorowość generalna)

Badanie statystyczne dotyczy zawsze określonej populacji, populacja może być **skończona** bądź **nieskończona**. Stosowana wtedy, gdy zebranie wszystkich potencjalnych danych nie jest możliwe, pozwala na wypowiedanie się na podstawie danych częściowych

Cechy statystyczne (zmienne; **variables**, w protokołach często zwane **outcomes**)

Właściwości elementów populacji generalnej (np. płeć, wiek, poziom HB, ciśnienie; LDL, element to np. pacjent). cechy mogą być : **mieralne** lub **niemieralne**

Badanie pełne

Obejmuje wszystkie elementy zbiorowości

Badanie częściowe

Poddaje się badaniu tylko pewien podzbiór populacji (próba); np. sondaż, ankieta eksperyment, badanie obserwacyjne

Podstawowe pojęcia statystyczne

Próba (sample)

Próba to część zbiorowości generalnej, wybraną za pomocą metod naukowych, uczestniczącą w przeprowadzanych badaniach i reprezentującą zbiorowość w odniesieniu do przedmiotu badania

Próba losowa (random sample)

Polega na tym, że o pojawieniu się danego elementu populacji w zbiorze zwanym próbą losową decyduje przypadek. Przez losowy rozumie się taki sposób wyboru, w którym:

- a) każda jednostka populacji ma dodatnie prawdopodobieństwo znalezienia się w próbie;
- b) istnieje możliwość ustalenia prawdopodobieństwa znalezienia się w próbie dla każdego zespołu elementów populacji (np. badamy pacjentów leczonych w klinikach w Polsce na chorobę X. z każdej kliniki wybieramy 10 pacjentów do badania, każda klinika zatem ma swoje prawdopodobieństwo znalezienia się elementu w próbie)

Podstawowe pojęcia statystyczne

Losowanie proste (*simple random sampling*)

Losowanie w którym wszystkie elementy populacji mają jednakowe prawdopodobieństwo znalezienia się w próbie; prawdopodobieństwo to nie zmienia się w trakcie losowania

Próba prosta

Próba uzyskana w wyniku losowania prostego {zwykle zwana próbą}

Podstawowe pojęcia statystyczne

Podstawowe typy prób

- **próba otwarta**

Badanie, w którym pacjenci i badacze znają przynależność do grupy eksperymentalnej albo kontrolnej

- **próba pojedynczo ślepa**

Zwyczajowo oznacza badanie, w którym tylko pacjenci nie wiedzą, jakiej interwencji (eksperymentalnej czy kontrolnej) są poddani.

- **próba podwójnie ślepa**

Zwyczajowo oznacza badanie, w którym ani sam pacjent, ani badacze nie wiedzą, jakiej interwencji (eksperymentalnej czy kontrolnej) jest on poddany. Jest to określenie nieprecyzyjne i wymaga dokładniejszego opisu w metodyce badania, ponieważ o przynależności do grupy eksperymentalnej albo kontrolnej mogą oprócz pacjentów nie wiedzieć: osoby kwalifikujące pacjentów do badania, zespół leczący, osoby oceniające lub potwierdzające wystąpienie punktów końcowych, a także osoby analizujące wyniki.

Podstawowe pojęcia statystyczne

Etapy doboru próby losowej

1. określenie populacji badanej
2. określenie wykazu populacji badanej (operatu losowania)
3. wybór metody doboru próby
4. określenie liczebności próby
5. zaplanowanie i pobranie próby

Podstawowe pojęcia statystyczne

Rodzaje doboru próby

- **dobór losowy**

Tylko przypadek decyduje o tym, która jednostka zbiorowości generalnej będzie wylosowana. Istnieje możliwość wnioskowania o charakterystykach populacji generalnej na podstawie zbadania losowo wybranej próby !!

- **dobór nielosowy (celowy)**

W tej sytuacji nie ma możliwości uznania próby za reprezentatywną względem określonych cech statystycznych, jak również możliwości przeprowadzenia wnioskowania statystycznego o zbiorowości generalnej

Podstawowe pojęcia statystyczne

Dobór losowy

- **Dobór losowy prosty**

- **Dobór losowy systematyczny**

losowany jest co „k”-ty element populacji; musi istnieć lista elementów populacji;

- **Dobór losowy warstwowy**

populacja dzielona jest na warstwy (jednorodne grupy ze względu na pewną wybraną cechę), z każdej warstwy losowana jest próba prosta;

- **Dobór losowy zespołowy**

losuje się grupy, wewnątrz tych grup dopiero losowanie proste lub warstwowe;

Podstawowe pojęcia statystyczne

Dobór nielosowy

- **Dobór kwotowy**

Udział (liczebność, odsetek) elementów w próbie jest proporcjonalny do ich rzeczywistego udziału w całej populacji

- **Dobór celowy**

Dobór elementów w sposób subiektywny tak, by były one najbardziej użyteczne lub reprezentatywne

- **Dobór przypadkowy**

Przypadkowe dobranie pewnych elementów, które w danej chwili znalazły się w miejscu, gdzie przeprowadzany jest badanie.

Podstawowe pojęcia statystyczne

Zadania

Zadanie 1.

Korzystając z funkcji LOS() (funkcje matematyczne) wylosuj do próby 20 pacjentów spośród populacji liczącej 100 osób.

Wskazówki: funkcja: =LOS() ; F9 - klawisz powtarzający losowanie;

Zadanie 2.

Tworzymy kody randomizacyjne. Mając 100 pacjentów należy przydzielić losowo do grupy LEK A lub LEK B.

Schematy ustalania liczebności próby

Określanie liczebności próby

- wzór określenia liczebności próby zależy od schematu losowania oraz parametru populacji który chcemy oszacować – punktu końcowego badania (**primary endpoint primary outcome**)
- szacowane parametry to najczęściej proporcja (**proportion**; zwana również frakcją, odsetkiem) lub średnia arytmetyczna; częstym punktem końcowym badania jest survival (niekoniecznie musi to być przeżycie pacjenta w dosłownym znaczeniu)

Podstawowe elementy które należy zdefiniować określając liczebność próby to

- błąd próby (d) – odchylenie parametru próby od odpowiedniego parametru populacji; d zwykle ustalane jest na poziomie około 2%
- poziom ufności ($1 - \alpha$) – prawdopodobieństwo pokrycia przez przedział ufności nieznaney wartości szacowanego parametru badanej populacji; (zazwyczaj 95%)

Schematy ustalania liczebności próby

Liczebność próby dla populacji nieskończonej (dla frakcji)

$$n = \frac{u_{\alpha}^2}{4d^2}$$

Gdzie:

u_{α}

- wartość odczytana z tablic rozkładu normalnego dla danego alfa;

d - maksymalny błąd szacunku;

Liczebność próby dla populacji skończonej

$$n = \frac{1}{\frac{4d^2}{u_{\alpha}^2} + \frac{1}{N}}$$

Schematy ustalania liczebności próby

Mit próby reprezentatywnej

Termin „próba reprezentatywna” nie występuje w statystyce matematycznej

- Próba reprezentatywna to taka, która daje wyniki zbliżone do wyników populacji
- Próba której struktura odpowiada strukturze populacji (jest to: reprezentatywność ze względu na wybraną cechę)

„próba reprezentatywna”

to pojęcie wieloznaczne, jednocześnie ubogie treściowo, wprowadzające często w błąd osoby nie mające odpowiedniej wiedzy z zakresu statystyki

Schematy ustalania liczebności próby

Zadania

Zadanie 3. Schemat liczebności próby dla populacji skończonej

Liczba chorych w Polsce na schorzenie „A” szacowana jest na 10 tysięcy pacjentów. Jaką dobrać minimalną liczebność próby, aby uzyskać błąd statystyczne rzędu $d = \pm 2\%$ oraz poziom ufności 0,9. Założenie: docelowym mierzonym parametrem jest odsetek pacjentów leczonych lekiem „Z”.

Zadanie 4. Schemat liczebności próby dla populacji nieskończonej

Liczba chorych w Polsce na schorzenie „B” nie jest znana. Jaką dobrać minimalną liczebność próby, aby uzyskać błąd statystyczne rzędu $d = \pm 2.5\%$ oraz poziom ufności 0,99. Założenie: docelowym mierzonym parametrem jest odsetek pacjentów leczonych lekiem „Z”.

Typy rozkładów, rodzaje zmiennych i skal pomiarowych

Typy rozkładów

I. Skale „jakościowe” (niemierzalne, [qualitative](#))

- **Skala nominalna**

Dwie lub więcej kategorii między którymi występuje tylko relacja równości/różności. Np. płeć, palenie papierosów (tak/nie)

- **Skala porządkowa (rangowa)**

Istnieje możliwość uporządkowania (rosnąco) wyników na skali pod względem natężenia badanej cechy, np. wykształcenie (podstawowe, zawodowe, średnie, wyższe); skala IQ

II. Skale „ilościowe” (mierzone, [quantitative](#))

- **Skala przedziałowa**

Skala ilościowa, nie można jednak wykonywać na niej dzielenia. Typowy przykład : skala Celsjusza.

- **Skala ilorazowa**

Posiada naturalny punkt zerowy. Można na tej skali wykonywać wszystkie operacje matematyczne. np. wiek, dochody, waga

	Skale jakościowe		Skale ilościowe
	Skala nominalna	Skala porządkowa	Skala przedziałowa lub ilorazowa
Miary położenia (przeciętne)	<ul style="list-style-type: none"> Modalna (dominanta) 	<ul style="list-style-type: none"> Mediana Kwartyle 	<ul style="list-style-type: none"> Średnia arytmetyczna
Miary dyspersji	<ul style="list-style-type: none"> Miary informacyjne 	<ul style="list-style-type: none"> Rozstęp ćwiartkowy Rozstęp 	<ul style="list-style-type: none"> Odchylenie standardowe Odchylenie przeciętne Współczynnik zmienności
Miary współzależności	Miary: <ul style="list-style-type: none"> Pearsona V - Cramera 	Współczynniki korelacji: <ul style="list-style-type: none"> Tau - Kendalla r – Spearmana 	<ul style="list-style-type: none"> Współczynnik korelacji Pearsona (rxy) Współczynnik determinacji
Testy statystyczne	Testy nieparametryczne, m.in.: <ul style="list-style-type: none"> Test niezależności chi-kwadrat 	Testy nieparametryczne m.in.: <ul style="list-style-type: none"> U Mann Whitney'a Kolmogorova-Smirnova Test Kruskal – Wallis (nonparametric ANOVA) 	Testy parametryczne, m.in.: <ul style="list-style-type: none"> t-Studenta ANOVA Testy współczynnika regresji Test współczynnika korelacji Analiza modelu regresji Testy na równość dwóch lub więcej frakcji

Źródło: Walesiak M. *Metody analizy danych marketingowych*. PWN Warszawa 1996

Miary klasyczne

Poziom przeciętny

- Średnia arytmetyczna (*mean*; \bar{X})
- Mediana (*median*; *Me*)
- Dominanta (*Mode*; *D*, *Mo*)
- Kwartyle (Q1 i Q3 lub Q0.25 i Q0.75)

Miary zmienności

- Wariancja (*Variance*; S^2)
- Odchylenie standardowe (*Standard deviation*; *S* lub *SD*)
- Błąd standardowy (*SE*)
- Współczynnik zmienności (*Mean standard error*; V_x lub *MSE*)
- Rozstęp (*Range*; *R*)
- Typowy obszar zmienności
 $X_{typ} = \text{średnia} \pm SD$

Miary Asymetrii

- Współczynnik asymetrii/skośności (*skewness*; *As*)

Typy rozkładów, rodzaje zmiennych i skal pomiarowych

Zadania

Zadanie 5.

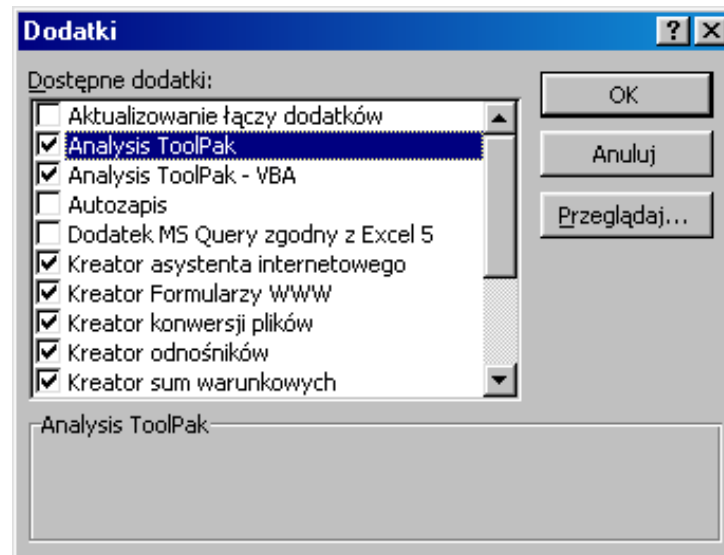
Bazując na przykładowym CRF przygotuj schemat bazy danych dla prostego badania obserwacyjnego pacjentów cierpiących na niedokrwistość. Endpoint badania to poziom Hb (poprawa poziomu hemoglobiny w wyniku zastosowania leku „x”).

Badanie zakłada podanie leku w trzech cyklach (pomiary i kontrola pomiędzy cyklami są umownie nazwane wizytami). Pacjenci pierwotnie cierpią na 4 choroby : umownie zdefiniowano choroba A, B, C oraz D.

Uruchomienie dodatku Analiza Danych

Narzędzia / Dodatki / Analysis Toolpack

Po uruchomieniu tego dodatku w Menu **NARZĘDZIA** pojawia się opcja Analiza Danych



Statystyki opisowe można również generować poprzez: **Wstaw / Funkcje / Statystyczne**

Zadania

Zadanie 6a.

Bazując na danych dotyczących wieku pacjentów wyznacz podstawowe statystyki opisowe. (korzystając z funkcji statystycznych)

Zadanie 6b.

Bazując na danych dotyczących wieku pacjentów zbadaj poziom przeciętny, zróżnicowanie oraz asymetrię. Wyznacz typowy obszar zmienności. (korzystając z dodatku Analiza Danych)

Zadanie 6c.

Bazując na danych dotyczących wieku pacjentów zbadaj poziom przeciętny, zróżnicowanie oraz asymetrię osobno dla grupy kobiet i mężczyzn.

Zadanie 7.

Bazując na danych dotyczących ciśnienia krwi (skurczowego) zbadaj poziom przeciętny, zróżnicowanie oraz asymetrię. Wyznacz typowy obszar zmienności. Sprawdź czy występują obserwacje odstające

Tworzenie bazy danych

Outliers

Obserwacje odstające np. błąd wprowadzania danych do postaci elektronicznej (np. zdefiniowanie wieku 150 lat). Stanowią poważny problem w analizie danych. Występowanie skrajnych Outliersów może mieć bardzo poważne znaczenie w wynikach badań. Zwykle zatem w planach SAP (Statistical Analysis Plan) uwzględnia się metody identyfikacji obserwacji odstających.

Najprostszą metodą analizy obserwacji odstających (*Outliers analysis*) jest zastosowanie **reguły trzech sigm**: średnia $\pm 3 \cdot SD$

Tworzenie bazy danych

Metoda detekcji outliersów na podstawie kwartyli.

Dane są następujące miary pozycyjne rozkładu:

K1 - 1 kwartyl

K3 - 3 kwartyl

IQR - rozrzut międzykwartylny (interquartile range)

Linie kontrolne:

LIF - dolny brzeg (kres) tzw. "wewnętrznego przedziału" (lower inner fence)

UIF - górny brzeg (kres) wewnętrznego przedziału (upper inner fence)

LOF - dolny brzeg zewnętrznego przedziału (lower outer fence)

UOF - górny brzeg zewnętrznego przedziału (upper outer fence)

Zdefiniowane jako:

$$\text{IQR} := K3 - K1$$

$$\text{LIF} := K1 - 1.5 * \text{IQR}$$

$$\text{UIF} := K3 + 1.5 * \text{IQR}$$

$$\text{LOF} := K1 - 3 * \text{IQR}$$

$$\text{UOF} := K3 + 3 * \text{IQR}$$

Tworzenie bazy danych

$$\text{IQR} := K1 - K3$$

$$\text{LIF} := K1 - 1.5 * \text{IQR}$$

$$\text{UIF} := K3 + 1.5 * \text{IQR}$$

$$\text{LOF} := K1 - 3 * \text{IQR}$$

$$\text{UOF} := K3 + 3 * \text{IQR}$$

Mając tak zdefiniowane przedziały, sortuje się posiadane dane i sprawdza, w jakich przedziałach mieści się każdy z punktów danych lub buduje się linie kontrolne.

punkt mieści się w wewnętrznym przedziale – nie jest obserwacja odstająca

punkt mieści się w zewnętrznym przedziale - jest "słabym" outlierem

punkt znajduje się na zewnątrz zewnętrznego przedziału - jest tzw. "silnym" outlierem

Tworzenie bazy danych

Usuwanie outliersów

Są 3 grupy/teorie:

- 1) **USUWAĆ**, jeśli procent outlierów jest dostatecznie niski. CO TO ZNACZY NISKI !?
 Subiektywne pojęcie - zależy od analityka. Zwykle jeśli obserwacje odstające stanowią niski odsetek próby : 3-5%, to można je usuwać
- 2) **NIE USUWAĆ**, jeśli ktoś podał taką daną, to znaczy, że miała ona miejsce i jest ważna.
 Często nie ma możliwości weryfikacji pomiaru
- 3) **USUWAĆ TYLKO PO SZCZEGÓŁOWEJ ANALIZIE**, ale tylko po szczegółowej analizie przypadku. Jeśli lekarz uzna, że można dany element usunąć z próby, to należy go usunąć. Konieczna uprzednia analiza medyczna danego przypadku (pacjenta)

Tworzenie bazy danych

Zadania

Zadanie 8.

Bazując na danych dotyczących ciśnienia krwi (skurczowego) zbadaj poziom przeciętny, zróżnicowanie oraz asymetrię. Wyznacz typowy obszar zmienności. Sprawdź czy występują obserwacje odstające

Zadanie 9.

Bazując na danych z zadania 7 zbadaj występowanie Outliersów za pomocą kwartyli.

Graficzna prezentacja danych

Zadania

Zadanie 10a.

Bazując na danych dotyczących wieku pacjentów wyznacz wykres słupkowy dla średniej wieku kobiet i mężczyzn wraz z oznaczeniem na wykresie słupków błędów:

jako \pm -SD

Jako \pm - SE

Zadanie 10b.

Bazując na danych dotyczących wieku pacjentów wyznacz wykres słupkowy dla mediany wieku kobiet i mężczyzn wraz z oznaczeniem na wykresie kwartyli Q1 oraz Q3.

Zadanie 11.

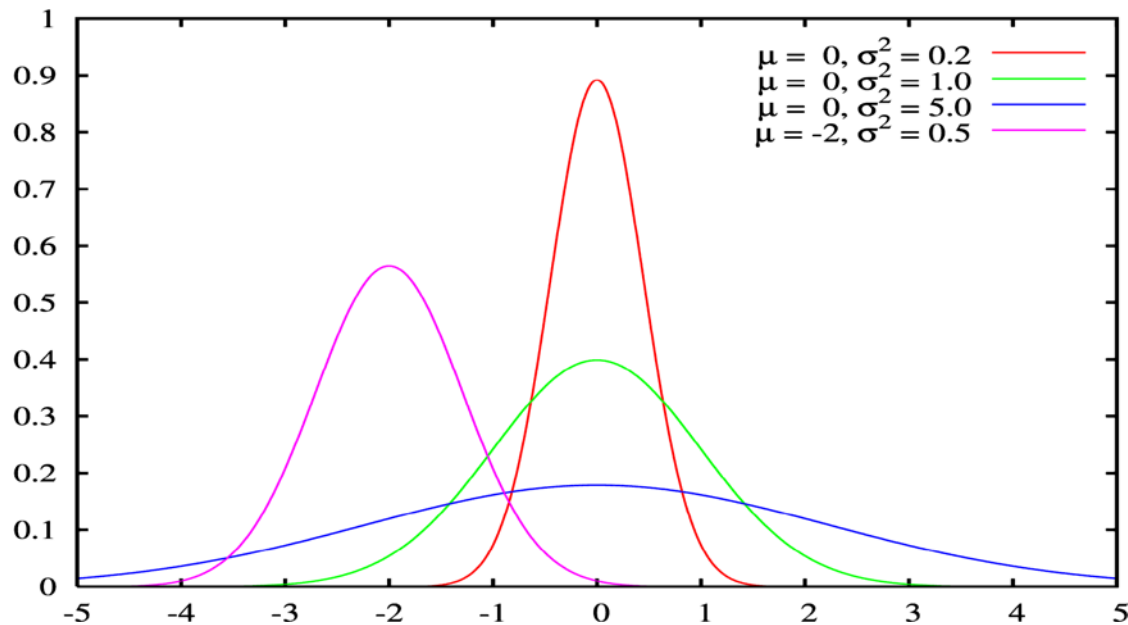
Korzystając z danych pomiarów poziomu Hb dla jednego pacjenta w arkuszu wyznacz wykres zmian (liniowy) dla tego szeregu pomiarów.

Korzystając z opcji wygładzania szeregu (Analiza Danych/średnia ruchoma) przedstaw szereg z wygładzeniem średniej 3 elementowej.

Rozkład normalny

Rozkład normalny (*Normal distribution*) - Zwany też **rozkładem Gaussa**, jest jednym z najważniejszych rozkładów prawdopodobieństwa. Odgrywa ważną rolę w statystycznym opisie zagadnień przyrodniczych, przemysłowych, medycznych, społecznych.

Podstawowe parametry tego rozkładu to wartość oczekiwana (średnia) oraz wariancja (lub odchylenie standardowe rozkładu).



Rozkład normalny

Rozkład normalny jest częstym założeniem teoretycznym. W praktyce jednak (w świecie rzeczywistym) nie występuje.

Rozkład wielu cech jest często bardzo zbliżony do normalnego, stąd zwykle zakłada się, że zmienna ma rozkład normalny. Nie należy jednak robić tego bez sprawdzenia jak wielkie są rozbieżności. Rozkłady dalekie od normalnego (np. z elementami odstającymi - Outliers) mogą sprawić, że wyniki metod statystycznych będą mylnie interpretowane.

Przykład: regresja liniowa lub korelacja Pearsona, które choć zdefiniowane dla dowolnych rozkładów, mają sensowną interpretację tylko dla wielowymiarowego rozkładu normalnego wektora próbki. Jeśli w próbce występują elementy odstające (co jest szczególnym przypadkiem rozkładu dalekiego od normalnego), korelacja może przyjąć dowolną wartość między -1 a +1, bez względu na rzeczywistą zależność między zmiennymi losowymi. Także regresja będzie dawała błędne (mylne) rezultaty.

Źródło: Wikipedia.org

Najbardziej popularne testy sprawdzające zgodność z rozkładem normalnym:

- Test chi-kwadrat
- Test Kolmogorova-Smirnova
- Test Jarque'a Bera
- metoda graficzna : histogram rozkładu zmiennych.

Rozkład normalny

Zadania

Zadanie 12.

Na podstawie danych ciśnienia skurczowego wyznacz histogram i oceń wzrokowo dopasowanie do rozkładu normalnego

Zadanie 13.

Na podstawie danych wieku pacjentów wyznacz histogram i oceń wzrokowo dopasowanie wieku do rozkładu normalnego

Hipotezy statystyczne

Estymator

Wielkość (statystyka) wyznaczona na podstawie próby losowej, przybliża rzeczywistą wartość parametru w populacji

Błąd szacunku parametru

Różnica pomiędzy rzeczywistą wartością parametru (w populacji) a jego oceną (czyli estymatorem)

Estymacja punktowa a estymacja przedziałowa

Estymacja przedziałowa polega na konstrukcji przedziału liczbowego, który z określonym z góry prawdopodobieństwem (poziomem ufności) będzie zawierał nieznaną rzeczywistą wartość szacowanego parametru.

Hipotezy statystyczne

Jest to każde przypuszczenie dotyczące populacji generalnej wydane bez przeprowadzenia badania pełnego;

Hipoteza zerowa (H_0) – hipoteza którą sprawdzamy

Hipoteza alternatywna (H_1) – hipoteza którą przyjmujemy w przypadku odrzucenia H_0

Hipotezy statystyczne

Kierunkowe i bezkierunkowe hipotezy statystyczne

Hipotezy bezkierunkowe

$$H_0 : m = 12$$

$$H_1 : m \neq 12$$

Hipotezy kierunkowe

$$H_0 : m = 12$$

$$H_1 : m > 12$$

lub

$$H_1 : m < 12$$

Test statystyczny – oparta na próbie i rachunku prawdopodobieństwa procedura służąca do zweryfikowania hipotezy H_0 .

Podjęta na podstawie testu (próby losowej) decyzja obarczona jest zawsze pewnym błędem.

Błąd pierwszego rodzaju (**błąd I rodzaju**): odrzucenie sprawdzanej hipotezy gdy jest ona prawdziwa

Błąd drugiego rodzaju (**błąd II rodzaju**): przyjęcie sprawdzanej hipotezy gdy jest ona fałszywa

Hipotezy statystyczne

Test istotności – test, który bierze pod uwagę prawdopodobieństwo I rodzaju.

Prawdopodobieństwo popełnienia tego błędu to poziom istotności (α) oznaczany również jako:

- *p-value*
- *Sig.*

Etapy budowy testu istotności

1. Określenie hipotezy zerowej (H_0) i alternatywnej (H_1);
2. Przyjęcie poziomu istotności α ;
3. Wylosowanie n elementowej próby prostej;
4. Wybór obszaru krytycznego, zależnego od hipotezy alternatywnej H_1 ;
5. Obliczenie z wyników próby wartości testowej i sprawdzenie, czy wpada ona do obszaru krytycznego

UWAGA!!

W testach statystycznych uzyskanie p-value > α oznacza, że należy przyjąć hipotezę zerową H_0 .

W przeciwnym przypadku: p-value \leq α oznacza konieczność odrzucenia hipotezy zerowej i przyjęcia hipotezy H_1

Hipotezy statystyczne

Testy parametryczne

Są to testy dotyczące parametrów mierzonych na skalach mocnych

Testy nieparametryczne

Są to testy dotyczące parametrów mierzonych na skalach słabych (jakościowych): skali nominalnej i porządkowej

Przedziały ufności

Dotyczą **estymacji przedziałowej**. Polega ona na konstrukcji przedziału liczbowego, który z określonym z góry prawdopodobieństwem (poziomem ufności $1-\alpha$) będzie zawierał nieznaną rzeczywistą wartość szacowanego parametru.

95%CI dla średniej (*95% Confidence interval for mean*)

Oznacza 95% przedział ufności dla średniej w populacji. Wynikiem są dwie liczby $<A; B>$,. Wynik oznacza, że z prawdopodobieństwem 95% przedział o końcach A i B pokrywa prawdziwą nieznaną średnią wartość parametru w populacji. Wartość 95%CI jest zwykle wyznaczana dla zmiennych (parametrów) mierzonych na skalach mocnych(tzw. ilościowych).

Parametryczne testy istotności

Przedział ufności dla wartości oczekiwanej (średniej) w populacji:

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Przedział ufności dla wariancji (odchylenia standardowego) w populacji:

$$\frac{(n-1)s^2}{X_{\alpha/2}^2} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{X_{1-\alpha/2}^2}$$

Przedział ufności dla frakcji (proporcji, odsetka) w populacji:

$$p \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Parametryczne testy istotności

Zadania

Zadanie 14a.

Na podstawie danych dot. wieku oszacuj przedział ufności dla średniej wieku przyjmując poziom ufności 95%.

Zadanie 14b.

Na podstawie danych dotyczących ciśnienia oszacuj przedział ufności dla średniej wieku przyjmując poziom ufności 95%.

W Excel oszacowanie przedziałowe średniej jest możliwe na dwa sposoby:

- Korzystając z Analiza Danych / Statystyki opisowe
- Korzystając z funkcji statystycznej „Ufność”

Parametryczne testy istotności

Test istotności dla średniej (wartości oczekiwanej)

Ho: $m = m_0$

H1: $m \neq m_0$ lub hipotezy kierunkowe: H1: $m > m_0$ v H1: $m < m_0$

Problem badawczy: czy na podstawie danych z próby n elementowej można twierdzić, że średnia badanej cechy istotnie różni się od wielkości m_0

W MsExcel jest to funkcja wstaw/ funkcje/ statystyczne/ TEST.Z

Parametryczne testy istotności

Zadania

Zadanie 15. Zdefiniuj i zweryfikuj odpowiednie hipotezy.

Wersja I: Przyjmij poziom istotności $\alpha=0,05$.

Na podstawie próby pacjentów sprawdź czy można twierdzić, że średnia wieku różni się istotnie od 22

Na podstawie próby pacjentów sprawdź czy można twierdzić, że średnia wieku jest istotnie wyższa od 20

Na podstawie próby pacjentów sprawdź czy można twierdzić, że średnia wieku jest istotnie niższa od 35

Wersja II: Dla tych samych pytań badawczych przyjmij poziom istotności $\alpha=0,01$ i zweryfikuj ponownie

Parametryczne testy istotności

Test istotności dla wariancji (odchylenia standardowego)

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2 \quad \text{lub} \quad H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$$

Problem badawczy: czy na podstawie danych z próby n elementowej można twierdzić, że zróżnicowanie jest niższe niż SD=„25” (odchylenie jest niższe od „25”).

Inaczej zdefiniowany problem: czy można przyjąć, że odchylenie wynosi „25” ($\sigma_0^2=25^2$)

Parametryczne testy istotności

Zadania

Zadanie 16. Zdefiniuj i zweryfikuj odpowiednie hipotezy.

Wersja I: Przyjmij poziom istotności $\alpha=0,05$.

Na podstawie próby pacjentów sprawdź czy można przyjąć, że wariancja jest równa 625

Na podstawie próby pacjentów sprawdź czy można twierdzić, że odchylenie standardowe wieku w populacji jest niższe niż 20

Wersja II: Dla tych samych pytań badawczych przyjmij poziom istotności $\alpha=0,01$ i zweryfikuj ponownie

Parametryczne testy istotności

Test istotności dla odsetka (frakcji, proporcji)

$$H_0: p = p_0$$

$$H_1: p \neq p_0 \quad \text{lub hipotezy kierunkowe: } H_1: p > p_0 \quad \vee \quad H_1: p < p_0$$

Problem badawczy: czy na podstawie danych z próby n elementowej można twierdzić, że odsetek pacjentów spełniających pewien warunek wynosi p (lub $p \cdot 100\%$).

Parametryczne testy istotności

Zadania

Zadanie 17. Zdefiniuj i zweryfikuj odpowiednie hipotezy.

Wersja I: Przyjmij poziom istotności $\alpha=0,05$.

Na podstawie próby pacjentów sprawdź czy można przyjąć, że odsetek kobiet w populacji jest równy 40%?

Na podstawie próby pacjentów sprawdź czy można twierdzić, że odsetek mężczyzn (pacjentów) jest w populacji wyższy niż 35%?

Wersja II: Dla tych samych pytań badawczych przyjmij poziom istotności $\alpha=0,01$ i zweryfikuj ponownie

Parametryczne testy istotności

Test istotności weryfikujący hipotezę o równości dwóch odsetków (*two proportion*)

$$H_0: p_1 = p_2$$

$$H_1: p_1 \neq p_2 \quad \text{lub hipotezy kierunkowe: } H_1: p_1 > p_2 \quad \vee \quad H_1: p_1 < p_2$$

Parametryczne testy istotności

Zadania

Zadanie 18. Zdefiniuj i zweryfikuj odpowiednie hipotezy.

Wersja I: Przyjmij poziom istotności $\alpha=0,05$.

Na podstawie próby pacjentów czy można przyjąć, że odsetek kobiet i mężczyzn w równym stopniu stosowało wcześniej leki grupy „X”?

Wersja II: Dla tych samych pytań badawczych przyjmij poziom istotności $\alpha=0,01$ i zweryfikuj ponownie

Parametryczne testy istotności

Test istotności weryfikujący hipotezę o równości dwóch wariancji (wariancji z dwóch prób)

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Problem badawczy, przykład: czy zróżnicowanie cechy X w grupie 1 i 2 jest zbliżone?

Parametryczne testy istotności

Zadania

Zadanie 19. Zdefiniuj i zweryfikuj odpowiednie hipotezy.

Wersja I: Przyjmij poziom istotności $\alpha=0,05$.

Na podstawie próby pacjentów czy można przyjąć, że wariancja poziomu Hb na wizycie wprowadzającej wśród kobiet i mężczyzn jest zbliżona?

Wskazówka: zastosuj „test F z dwiema próbami dla wariancji” (dodatek Analizy Danych) Lub funkcje statystyczne test.f

Wersja II: Dla tych samych pytań badawczych przyjmij poziom istotności $\alpha=0,01$ i zweryfikuj ponownie.

Zadanie 20.

Dysponujemy danymi: Szereg pomiarów cholesterolu oparty na próbie $n=90$ pacjentów (mg/dl)

Pytania badawcze:

- a) Wyznacz statystyki opisowe: oceń poziom przeciętny, zróżnicowanie, asymetrię rozkładu LDL, typowy obszar zmienności LDL w próbie.
- b) Na podstawie danych z próby wyznacz 95% przedział ufności dla średniego poziomu cholesterolu w populacji.
- c) Na podstawie danych z próby wyznacz 90% przedział ufności dla średniego poziomu cholesterolu w populacji.
- d) Czy można twierdzić, że średnia LDL jest wyższa niż 180? (na poziomie istotności 0,1)
- e) Czy można przyjąć, że średnia LDL kształtuje się na poziomie 220? (na poziomie istotności 0,1)
- f) Czy można twierdzić, że średnia LDL jest niższa od 260? (na poziomie istotności 0,01)
- g) Czy można przyjąć, że zróżnicowanie mierzone odchyleniem standardowym jest na poziomie równym 30?
- h) Czy można z prawdopodobieństwem 95% twierdzić, że średnie stężenie cholesterolu w populacji pacjentów wynosi 150?
- i) Czy można z prawdopodobieństwem 90% twierdzić, że średnie stężenie cholesterolu w populacji pacjentów jest wyższe od 160?
- j) Czy można z prawdopodobieństwem 90% twierdzić, że średnie stężenie cholesterolu w populacji pacjentów jest niższe od 240?
- k) Czy można z prawdopodobieństwem 99% twierdzić, że odsetek pacjentów z LDL powyżej 200 jest wyższy niż 50%?

Zadanie 21.

Dysponujemy danymi: Szereg pomiarów cholesterolu oparty na próbie $n=200$ pacjentów (mg/dl)

Pytania badawcze:

- a) Wyznacz statystyki opisowe: oceń poziom przeciętny, zróżnicowanie, asymetrię rozkładu LDL, typowy obszar zmienności LDL w próbie.
- b) Na podstawie danych z próby wyznacz 95% przedział ufności dla średniego poziomu cholesterolu w populacji.
- c) Na podstawie danych z próby wyznacz 90% przedział ufności dla średniego poziomu cholesterolu w populacji.
- d) Czy można twierdzić, że średnia LDL jest wyższa niż 180? (na poziomie istotności 0,1)
- e) Czy można przyjąć, że średnia LDL kształtuje się na poziomie 220? (na poziomie istotności 0,1)
- f) Czy można twierdzić, że średnia LDL jest niższa od 260? (na poziomie istotności 0,01)
- g) Czy można przyjąć, że zróżnicowanie mierzone odchyleniem standardowym jest na poziomie równym 30?
- h) Czy można z prawdopodobieństwem 95% twierdzić, że średnie stężenie cholesterolu w populacji pacjentów wynosi 150?
- i) Czy można z prawdopodobieństwem 90% twierdzić, że średnie stężenie cholesterolu w populacji pacjentów jest wyższe od 160?
- j) Czy można z prawdopodobieństwem 90% twierdzić, że średnie stężenie cholesterolu w populacji pacjentów jest niższe od 240?
- k) Czy można z prawdopodobieństwem 99% twierdzić, że odsetek pacjentów z LDL powyżej 200 jest wyższy niż 50%?